

Über den Plasma-Einschluß in Cusp-Geometrie

H. J. BELITZ und E. KUGLER

Institut für Plasmaphysik der Kernforschungsanlage Jülich GmbH, Assoziation EURATOM-KFA

(Z. Naturforsch. **24a**, 977–990 [1969]; eingegangen am 1. März 1969)

In order to study the behaviour of a theoretically MHD-stable spindle cusp plasma, produced and heated by means of a fast rising magnetic cusp field ($B_{\max}=75$ kG), various diagnostic techniques were used to measure the plasma parameters (the radius R and the shape of the plasma; the electron and ion temperature T_e and T_i density n). During the time of observation (≈ 12 μ sec) the plasma shape does not change and no MHD-instabilities could be detected. Because of cusp-losses, however, density and temperatures decay to about 30–50% of their maximum values ($T_e=145$ eV, $T_i=255$ eV, $n=3.8 \times 10^{16}$ cm $^{-3}$). There is experimental evidence that the loss areas of line- and point cusps are nearly equal. The experimental results are fairly well described by a two fluid model of Hobbs and Spalding, if the total loss area is put equal to $1.2 \times 2 \pi R r_i$ (r_i = mean ion Larmor radius on the plasma boundary).

Bei den Bemühungen um die Erzeugung thermonuklearer Plasmen ergeben sich eine Reihe von Problemen, deren Lösung in zahlreichen Experimenten, z. Tl. sehr unterschiedlicher Art, versucht wird¹.

Neben den Fragen nach Methoden für eine hinreichend starke Aufheizung von Plasmen hoher Dichte spielen die Fragen nach einem *stabilen* Einschluß derartiger Plasmen eine große Rolle. Nach theoretischen Untersuchungen ist ein durch magnetische Felder eingeschlossenes Plasma dann (magnethydrodynamisch) stabil, wenn der Krümmungsradius der Plasmaoberfläche vom Plasma nach außen weist^{2,3}.

Die einfachsten Plasmakonfigurationen solcher Art sind die sogen. „Cusp“-Formen (Cusp = Spitze), wobei vom experimentellen Standpunkt aus die Spindle-Cusp (Abb. 1) gegenüber der Picket-Fence gewisse

Vorteile hat und deshalb verschiedentlich untersucht wurde^{4–6}, zusammenfassend⁷.

Durch die Entladung einer Kondensatorbatterie über zwei Spulen, die in entgegengesetzten Richtungen vom elektrischen Strom durchflossen werden, erhält man die schnell ansteigenden, sehr starken Magnetfelder, die zur Erzeugung und zum Einschluß solcher cusp-förmiger Plasmen erforderlich sind.

Von HOBBS und SPALDING wurde im Jahre 1966 erstmalig versucht, das zeitliche Verhalten eines solchen Plasmas zu berechnen und diese theoretischen Aussagen mit experimentellen Ergebnissen zu vergleichen^{8,9}. Obwohl sie ein sehr einfaches Modell für ihre Rechnungen annahmen, erhielten sie relativ gute Übereinstimmung mit ihren Messungen. Es erschien deshalb lohnend, die Ergebnisse ihres Modells mit einem anderen Experiment zu prüfen, das sich sehr wesentlich in seinen Parametern unterscheidet (Entladungsfrequenz der Kondensatorbatterie, Form und Größe der Kompressionsspulen, Temperatur und Dichte des Plasmas). Insbesondere war es wünschenswert, nicht allein in der Kompressionsphase, sondern unter Verwendung einer Crowbar-Schaltung bei quasi stationären Bedingungen im sogen. Crowbar- oder Einschluß-Betrieb zu arbeiten, der durch geeignetes Kurzschließen der Kompressionsspulen im Strommaximum erreicht wurde⁶.

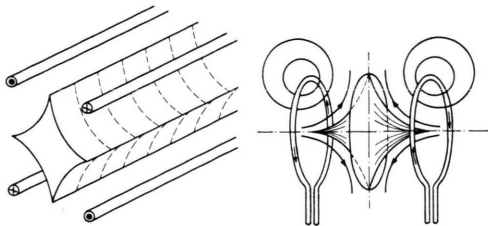


Abb. 1. Cusp-Konfigurationen; (a) Picket-Fence, (b) Spindle-Cusp.

¹ S. GLASSTONE u. R. H. LOVBERG, *Controlled Thermonuclear Reactions*, Van Nostrand, New York 1960.

² I. B. BERNSTEIN, E. A. FRIEMANN, M. D. KRUSKAL u. R. M. KULSRUD, NYO-7315 [1957].

³ J. BERKOWITZ, H. GRAD u. H. RUBIN, *Proc. 2nd U.N. Intern. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy*, Genf **31**, 171 [1958].

⁴ J. P. H. WATTEAU, *Phys. Fluids* **4**, 607 [1961].

⁵ T. K. ALLEN, R. W. P. MCWHIRTER u. I. J. SPALDING, *Nucl. Fusion Suppl. (Proc. Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Salzburg 1961)*, 67 [1962].

⁶ H. J. BELITZ u. E. KUGLER, *Jül-339-PP* [1965].

⁷ S. YU. LUKYANOV u. I. M. PODGORNÝ, *J. Nucl. Energy, Part C (Plasma Phys.)* **4**, 135 [1962].

⁸ G. D. HOBBS u. I. J. SPALDING, *CLM-R 57* [1966].

⁹ T. K. ALLEN, K. DOBLE, T. J. L. JONES, R. M. PAYNE u. I. J. SPALDING, *Phys. Fluids* **9**, 1394 [1966].



Die technischen Daten des Experimentes waren: Entladungsfrequenz mit der 25 nH-Kompressions-spule (gemäß Abb. 2) 200 kHz, mit der 60 nH-Spule (mit dem Profil nach Abb. 10) etwa 140 kHz; maximale Magnetfeldstärke in der Mittelebene zwischen den Spulen 75 kGauß; $1/e$ -Zeit für den durch Crow-bar-Schalter verzögerten Abfall des Magnetfeldes ca. 70 μ sec.

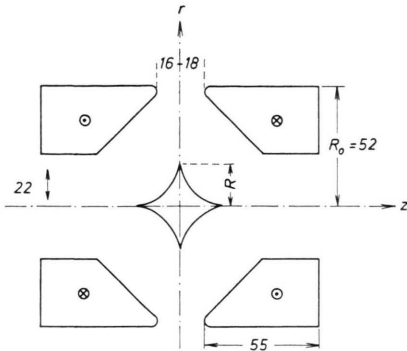


Abb. 2. Form der vom elektrischen Strom in entgegengesetzten Richtungen durchflossenen Spulen und des komprimierten Plasmas (Längen in mm).

Nach einer kurzen Skizzierung des Modells von Hobbs und Spalding (Abschn. 1) werden die Meßverfahren und -ergebnisse beschrieben (Abschn. 2) und letztere dann mit numerischen Rechnungen verglichen (Abschn. 3).

1. Das Modell von Hobbs und Spalding

Das Modell von HOBBS und SPALDING⁸ ermöglicht, ausgehend von bekannten Anfangswerten für die Elektronen- bzw. Ionendichte $n(t_0)$, für die Elektronen- und Ionentemperatur $T_e(t_0)$ bzw. $T_i(t_0)$ und für das Plasmavolumen [charakterisiert durch einen Radius $R(t_0)$] und bei vorgegebenem äußeren Magnetfeld $B(t)$, die numerische Berechnung des zeitlichen Verlaufs von n , T_e , T_i und R . Hierzu werden vier Gleichungen benutzt, von denen eine den Teilchenverlust durch die Cusp-Öffnungen, zwei weitere die Energiebilanz für die Ionen bzw. Elektronen und eine vierte die Druckbilanz beschreiben.

Die Anzahl N der in einem Volumen V eingeschlossenen Ionen (mittlere Geschwindigkeit \bar{v}) verringert sich, wenn Ionen durch eine Öffnung (Flä-

cheninhalt A) verlorengehen, gemäß

$$\frac{dN}{dt} = - \frac{1}{4} N(A/V) \bar{v}. \quad (1)$$

Die Gleichungen für die Energiebilanz der Ionen bzw. Elektronen lauten:

$$\frac{3}{2} \frac{d}{dt} (N k T_i) = - n k T_i \frac{dV}{dt} + \frac{5}{2} k T_i \frac{dN}{dt} + \frac{3}{2} N \frac{k(T_e - T_i)}{\tau_{eq}} \quad (2)$$

bzw.

$$\frac{3}{2} \frac{d}{dt} (n k T_e) = - n k T_e \frac{dV}{dt} + \frac{5}{2} k T_e \frac{dN}{dt} - \frac{3}{2} N \frac{k(T_e - T_i)}{\tau_{eq}}, \quad (3)$$

wobei

$$\tau_{eq} = \frac{3 m_i}{8 \sqrt{2} \pi m_e e^4 \ln \Lambda} \cdot \frac{(k T_e)^{3/2}}{n}. \quad (4)$$

(Wegen der Ladungsneutralität ist die Anzahl der Ionen N gleich der Anzahl der Elektronen; m_i , m_e = Ionen- bzw. Elektronenmasse; e = Elektronenladung; $\ln \Lambda$ = Coulomb-Logarithmus¹⁰).

Bei einem magnetfeldfreien $\beta = 1$ -Plasma gilt für die Druckbilanz

$$n k(T_e + T_i) = B^2/8 \pi. \quad (5)$$

Es wird nun angenommen, daß das eingeschlossene Plasma durch ein Rotationsasteroid

$$r^{2/3} + z^{2/3} = R^{2/3} \quad (6)$$

(s. Abb. 2) begrenzt wird, was einem Plasmavolumen

$$V = 0,3047 \cdot \pi \cdot R^3 \quad (7)$$

entspricht. Die Größe des Loches (Verlustfläche) wird

$$A = 2 \pi R r_i K \quad (8)$$

gesetzt (r_i = Larmor-Radius der Ionen bei $r = R$; K = Proportionalitätskonstante). Der Ausdruck (8) gilt zunächst nur für den Plasmaverlust durch die Ringcusp. Der Verlust durch die beiden Punktcusps auf der z -Achse, der nach theoretischen Untersuchungen gleich dem Verlust durch die Ringcusp sein sollte (z. B. ¹¹), wird durch geeignete Wahl von K berücksichtigt.

Für die Berechnung von r_i in Gl. (8) muß die Magnetfeldstärke B für $r = R$ bekannt sein; sie läßt sich aus der experimentell^{12, 13} und theoretisch¹⁴ für

¹⁰ L. SPITZER, Physics of Fully Ionized Gases, Interscience Publ., London 1956, S. 72.

¹¹ J. B. TAYLOR, CLM-R 58 [1966].

¹² H. J. BELITZ u. E. KUGLER, Proc. 7th Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Beograd 1966, Vol. II, p. 188.

¹³ H. J. BELITZ, P. BOGEN, K. H. DIPPEL, H. L. JORDAN, E. KUGLER, P. NOLL, J. SCHLÜTER u. H. WITULSKI, Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Vol. I, p. 287, Wien 1966.

¹⁴ L. JANICKE u. J. KRÜGER, Jül-513-PP [1968].

das Vakuum gesicherten Beziehung

$$B(R) = B(R_0) \cdot R/R_0 \quad (9)$$

(bezügl. R_0 siehe Abb. 2) leicht ermitteln. Gleichung (9) ist auch bei Vorhandensein von Plasma mit $R \leq 0,5 R_0$ noch eine gute Näherung. Mit (7), (8) und (9) und wegen $\bar{v} = \sqrt{3 k T_i/m_i}$ folgt aus (1)

$$dN/dt = -N/\tau_{ci} \quad (10)$$

mit

$$\tau_{ci} = \frac{2}{3} F_v \frac{e}{c K} \frac{B(t) R(t)^2}{k T_i(t)} \quad (11)$$

und

$$F_v = 32/105 = 0,3047.$$

Die Verwendung des Ausdrucks (11) führt aber zu einem mit der Beobachtung nicht zu vereinbarenden, katastrophalen Teilchenverlust (Abb. 3 b). Ersetzt man dagegen in τ_{ci} ein R durch den größeren und zeitlich konstanten Wert R_0 , d. h. berücksichtigt man die Reflektion von Teilchen an den wie magnetische Spiegel wirkenden Cusps, dann wird mit

$$\tau_{ci}^{(m)} = \frac{2}{3} F_v \frac{e}{c K} \frac{B(t) R_0 R(t)}{k T_i(t)} \quad (12)$$

eine Übereinstimmung von numerischen Rechnungen und experimentellen Ergebnissen möglich.

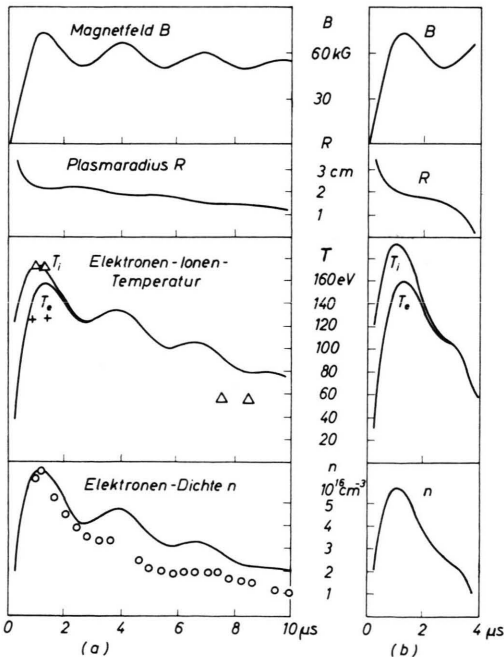
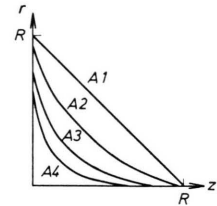


Abb. 3. Charakteristische Lösungen der Hobbs-Spalding-Gleichungen für $K=1$; (a) mit $\tau_{ci}^{(m)}$ nach Gl. (12) (Spiegel-Reflektion), (b) mit τ_{ci} nach Gl. (11) (ohne Spiegel-Reflektion).

Eine explizite Darstellung dieses das Modell von Hobbs und Spalding beschreibenden Gleichungssystems, wie sie für die numerische Integration nach der Runge-Kutta-Methode erforderlich ist, findet sich im Anhang.

Von den beiden oben gemachten Annahmen, daß das Plasma magnetfeldfrei ist ($\beta=1$) und daß die Oberfläche des eingeschlossenen Plasmas durch Gl. (6) gegeben ist, würde eine Verletzung der ersteren die Anwendbarkeit der hier skizzierten Theorie in Frage stellen; dagegen könnte die Plasmaoberfläche auch von anderer, ähnlicher Form sein. In Tab. 1 sind drei weitere Oberflächenformen und die entsprechenden in $\tau_{ci}^{(m)}$ eingehenden Volumenfaktoren F_v angegeben. Für $K=1$ und mit typischen Beobachtungsdaten für n, T_e, T_i und R im Kompressionsmaximum als Anfangswerte erhält man die in Abb. 4 dargestellten Lösungskurven; dabei wurde für Kurve 1 die Asteroideform A1, für Kurve 2 die Asteroideform A2 usw. aus Tab. 1 angenommen.

ASTEROIDE	F_v
A1: $r + z = R$	0,6666
A2: $r^{2/3} + z^{2/3} = R^{2/3}$	0,3047
A3: $r^{1/2} + z ^{1/2} = R^{1/2}$	0,1333
A4: $r^{2/5} + z^{2/5} = R^{2/5}$	0,0568



$$VOLUMEN = F_v \cdot \pi \cdot R^3$$

$$\tau_{ci}^{(m)} = \frac{2}{3} F_v \frac{e}{c K} \frac{B(t) \cdot R_0 \cdot R(t)}{k \cdot T_i(t)}$$

Tab. 1.

Die Abhängigkeit des Verlaufs der Kurven 1 – 4 in Abb. 4 a, 4 b und 4 d von der Asteroideform ist unmittelbar verständlich. Die Größe (K/F_v) in Gl. (12) kann als modifizierter Lochparameter \bar{K} angesehen werden. Da $K=1$ gesetzt wurde, F_v aber von 0,6666 für Kurve 1 bis 0,0568 für Kurve 4 abnimmt, vergrößert sich \bar{K} etwa um den Faktor 10 (von $1/0,6666$ bis $1/0,0568$), und der Teilchenverlust nimmt zu. Der Unterschied zwischen \bar{K} für Kurve 1 und dem \bar{K} für Kurve 2 ist bereits mehr als der Faktor 2. Es ist also eine genaue Untersuchung der Plasmaform erforderlich, und ein großer Teil dieser Arbeit ist diesem Problem gewidmet.

2. Experimentelle Untersuchungen

2.1. Die Geometrie des Plasmas

Die Messungen des Plasmaradius und der Plasmaform wurden durchgeführt mit den Spulen nach Abb. 2 und den Spulen nach Abb. 8 bei Fülldrücken p_0 im Bereich $0,05 \text{ Torr} \leq p_0 \leq 0,3 \text{ Torr}$, vorwie-

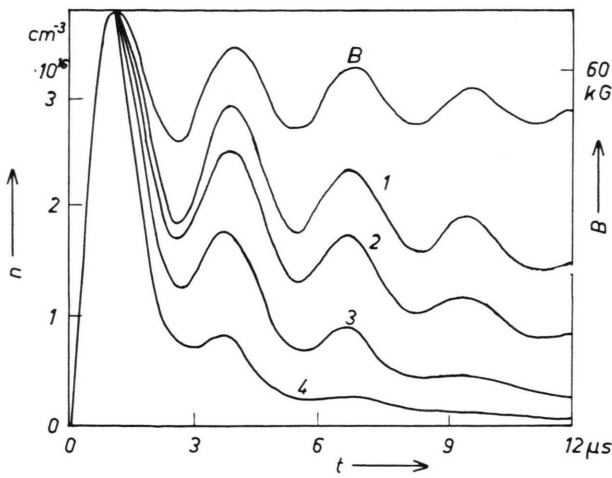


Abb. 4 a. Elektronendichte.

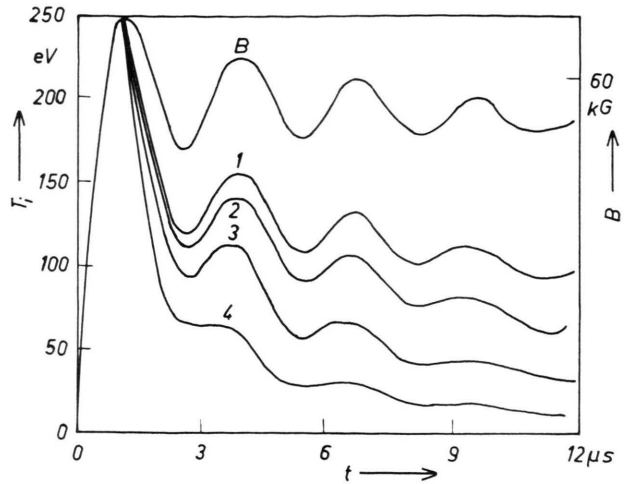


Abb. 4 b. Ionentemperatur.

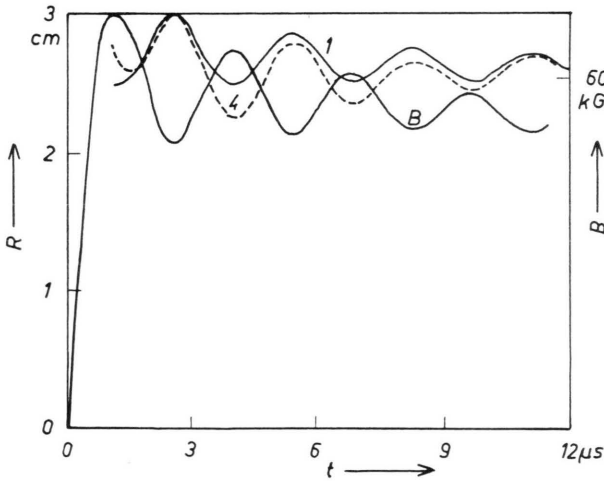


Abb. 4 c. Plasmaradius.

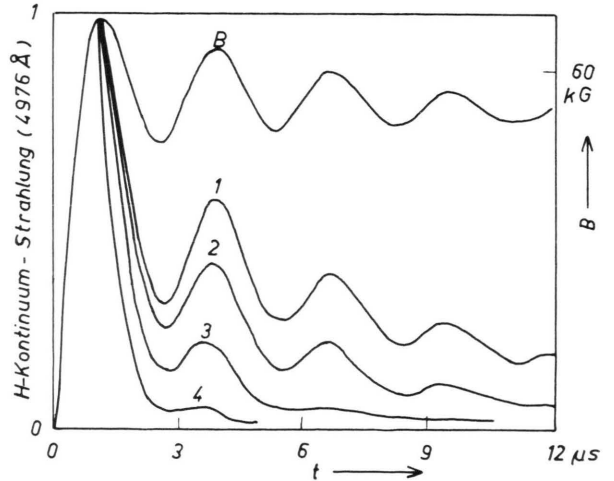


Abb. 4 d. 4976 Å H-Kontinuumstrahlung (willk. Einh.).

Abb. 4. Lösungen der Hobbs-Spalding-Gleichungen für die in Tab. 1 angegebenen Asteroidflächen [mit $\tau_{\text{ci}}^{(m)}$ nach Gl. (12)]. Die Kurven 1–4 entsprechen den Asteroiden A1–A4. B = Magnetfeldstärke für $r=R_0, z=0$.

gend mit $p_0 = 0,15$ Torr H_2 . Für den Plasmaradius ergaben sich dabei – innerhalb der Meßgenauigkeit – dieselben Werte. Das ist verständlich. Da für die Plasmaenergie gilt $E \sim n T R^3 \sim R^5$ [wegen Gl. (5) und (9)], ändert sich wegen $dR \sim (1/5) dE$ der Radius nur wenig mit der vom Plasma aus der Kondensatorentladung aufgenommenen Energie.

Messungen der Plasmadimensionen werden durch Verunreinigungsstrahlung in der Nähe der Gefäßwandung erschwert. Das durch die Ringcusp ausfließende Plasma trifft in der Mittelebene bei $z = 0$ cm, $r = 5$ cm auf das Quarzrohr und erzeugt dabei eine Schicht aus Si- und O-Ionen, die vorwiegend

Linienstrahlung emittieren („Wandleuchten“). Diese Strahlung muß bei der Bestimmung des Plasmaradius aus der Gesamtstrahlung des sichtbaren Spektrums berücksichtigt werden. Die Intensität des Wandleuchtens ist näherungsweise proportional der Energierate, die vom Plasma auf die Wand übertragen wird:

$$I_L \sim n T \bar{v} \sim n T^{3/2}, \tag{13}$$

während die Strahlung I_C des Plasmas proportional n^2 und proportional R , aber praktisch unabhängig von den in unserem Falle herrschenden Temperaturen ist

$$I_C \sim n^2 R. \tag{14}$$

Das Verhältnis

$$S = I_c/I_L \sim nRT^{-3/2} \quad (15)$$

wird für ein heißes Plasma geringer Dichte und/oder kleinem Durchmesser sehr ungünstig; z. B. ist S bei einem Fülldruck von $p_0 = 0,05$ Torr etwa 50-mal kleiner als bei $p_0 = 0,25$ Torr.

2.1.1. Plasmaradius für $z = 0,5$ cm

Mit Hilfe einer modifizierten Fernsehkamera¹⁵ kann man eine Photometerkurve vom Plasmaquerschnitt senkrecht zur z -Achse aufnehmen und daraus den Plasmaradius bestimmen. In der Mittelebene ist aber das Wandleuchten sehr viel stärker als das Plasmaleuchten und macht die Bestimmung von R ($z = 0$ cm) unmöglich. Noch für $z = 0,5$ cm sind die Intensitäten von Wand- und Plasmaleuchten etwa gleich (Abb. 5). Zur Bestimmung des Plasmaradius R ($z = 0,5$ cm) wurden die Photometerwerte approximiert durch eine Kurve, die formal aus Emissionsprofilen für das Plasma- und für das Wandleuchten zusammengesetzt war, was eine Trennung beider Effekte ermöglichte. Die Plasmadichte n wurde dabei als konstant angenommen, was durch die gute Übereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen Werten gerechtfertigt erscheint. Der Plasmaradius ergibt sich hierbei zu R ($z = 0,5$ cm) = 1,7 cm, wobei die Plasmadichte an der Oberfläche innerhalb eines ca. 2 mm breiten Gebietes abfällt.

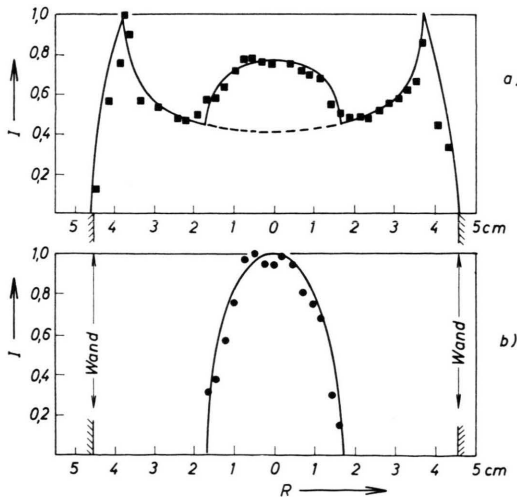


Abb. 5. Separation von „Wand“- und Plasmaleuchten ($z = 0,5$ cm, $t = 1,7 \mu\text{sec}$, $p_0 = 0,15$ Torr H_2). (a) ■ = Photometerwerte von Wand- und Plasmastrahlung, — = Ausgeglichenes Strahlungsprofil. (b) Das aus (a) nach Subtraktion des Wandleuchtens gewonnene Strahlungsprofil des Plasmas. $R(z = 0,5 \text{ cm}) = 1,7$ cm.

Abb. 6 zeigt das Ergebnis derartiger Messungen für $z = 0,5$ cm zu verschiedenen Zeiten, sowie Ergebnisse, die durch Auswertung von Drehspiegelkamera-Aufnahmen gewonnen wurden. Die Messungen konnten nicht über $4,5 \mu\text{sec}$ hinaus ausgedehnt werden, weil dann das Wandleuchten zu stark wurde.

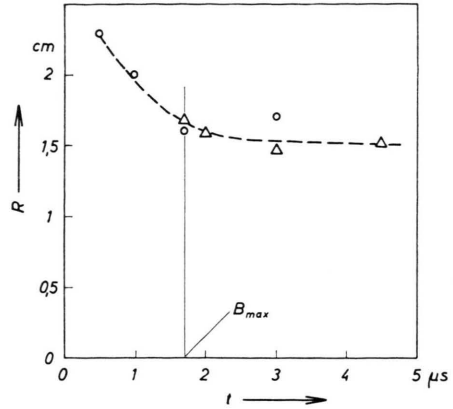


Abb. 6. Plasmaradius $R(z = 0,5 \text{ cm})$ als Funktion der Zeit. \triangle aus Photometerkurven, \circ aus Drehspiegelkamera-Aufnahmen. Fülldruck $p_0 = 0,15$ Torr H_2 .

2.1.2. Form der Plasmaoberfläche

Die Form der Plasmaoberfläche kann im Prinzip auf die soeben beschriebene Weise durch Messung von $R = R(z)$ ermittelt werden. Da aber $R(z)$ mit wachsendem Abstand z von der Mittelebene stark

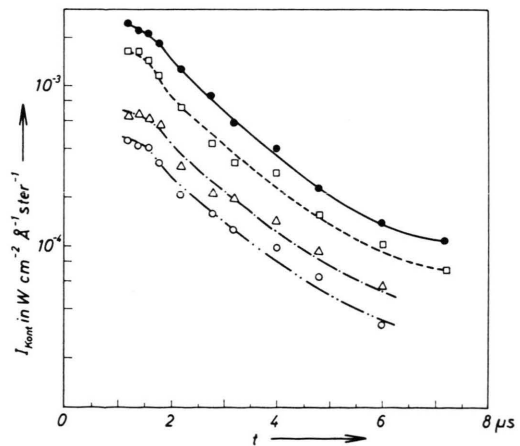


Abb. 7. Die in verschiedenen Abständen z von der Mittelebene in radialer Richtung gemessene absolute H-Kontinuums-Strahlung ($\lambda = 4976 \text{ \AA}$, $p_0 = 0,15$ Torr H_2). ● $z = 0,5$ cm, □ $z = 1,1$ cm, \triangle $z = 2,1$ cm, ○ $z = 2,6$ cm.

¹⁵ W. HOPMANN u. G. WAIDMANN, Z. Angew. Phys. **21**, 480 [1966].

abnimmt, überwiegt wegen Gl. (15) das Wandleuchten bald so sehr, daß das Plasmaleuchten nicht mehr separiert und der Plasmaradius nicht mehr bestimmt werden kann.

Es wurde deshalb in verschiedenen Abständen z von der Mittelebene die H-Kontinuumsstrahlung bei $\lambda = 4976 \text{ \AA}$ (bei einer Bandbreite von 16 \AA) einer Plasmasäule der jeweiligen Länge $2R(z)$ und einem Durchmesser von 3 mm gemessen (Abb. 7). (Im Hinblick auf die in Abschn. 2.5 beschriebene Bestimmung der Elektronendichte wurde tatsächlich, nach entsprechender Eichung des Monochromators mit

Hilfe eines Kohlebogens, die absolute Intensität gemessen.) Für die Kontinuumsstrahlung gilt die Beziehung (14) mit $n =$ Elektronendichte; andererseits ist im Plasma n räumlich konstant (s. Abschn. 2.1.1). Es folgt damit

$$I(z) \sim R(z) \tag{16}$$

und bei bekanntem $R(z=0,5 \text{ cm})$ lassen sich die Plasmaradien für verschiedene z aus den relativen Strahlungsintensitäten berechnen. Das Wandleuchten, vorwiegend Si-Strahlung, war leicht spektroskopisch zu eliminieren.

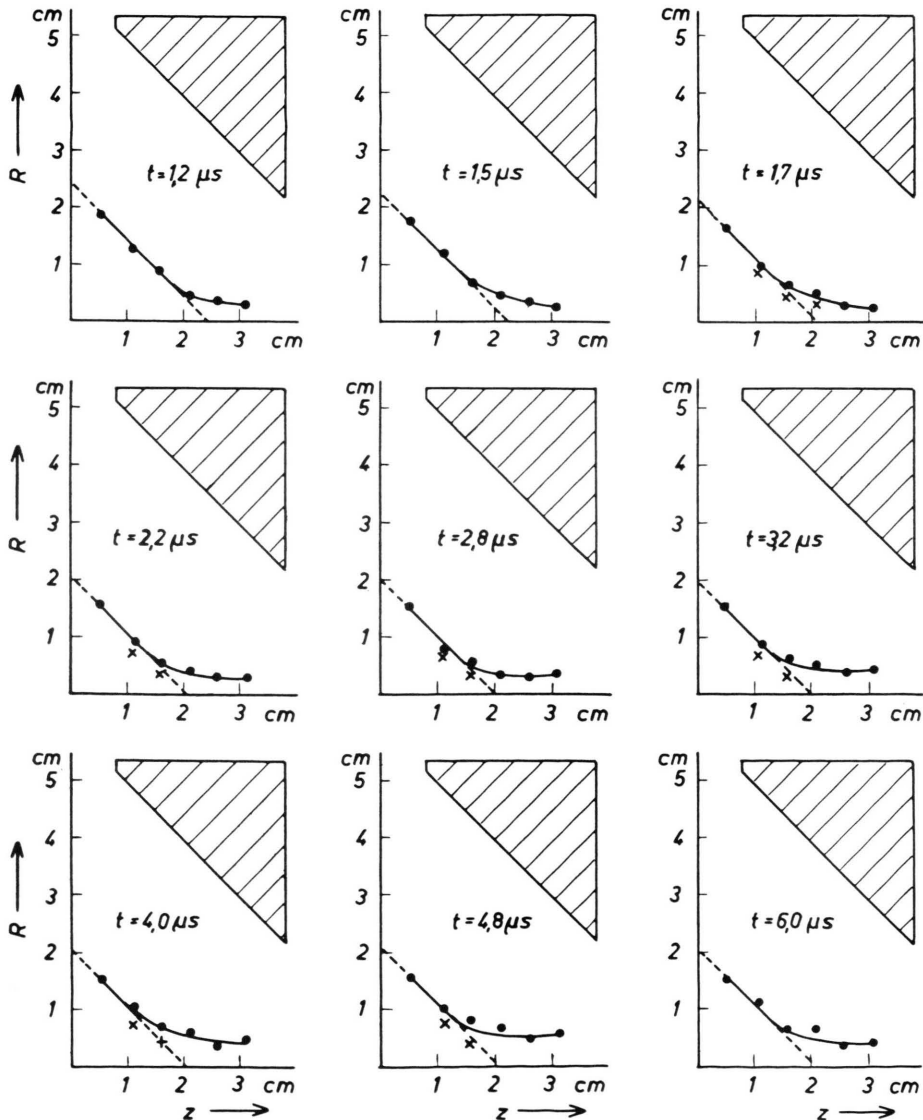


Abb. 8. Plasmaoberfläche $R(z)$ zu verschiedenen Zeiten; ● aus der H-Kontinuumsstrahlung berechnet, × aus Fernsehkamera-Aufnahmen geschätzt; $p_0 = 0,15 \text{ Torr H}_2$.

Abb. 8 zeigt die so erhaltenen Plasmaprofile, wobei für $t \geq 4,5 \mu\text{sec}$ $R(z=0,5 \text{ cm}) = 1,5 \text{ cm}$ als konstant angenommen wurde. Diese Profile ändern sich zeitlich wenig. Das kann auch aus den Kurven in Abb. 7 geschlossen werden, die (in logarithmischer Darstellung) annähernd parallel verlaufen, so daß die Quotienten $R(z_i)/R(z_k)$ zeitlich nahezu konstant sind.

Störungen auf der Plasmaoberfläche wurden während der Beobachtungszeit nicht festgestellt, so daß auf eine MHD-Stabilität des Plasmas geschlossen werden kann.

2.1.3. Die magnetische Oberfläche des Cusp-Plasmas

Für ein $\beta = 1$ -Plasma muß auf der Plasmaoberfläche $|B| = \text{const}$ sein. Eine direkte Prüfung dieser Beziehung war nicht möglich. Es war aber aus umfangreichen früheren Magnetfeldmessungen¹⁶, die sehr gut mit theoretischen Rechnungen¹⁴ übereinstimmen, die Magnetfeldkonfiguration im Vakuum bekannt, insbesondere auch die nach allen Richtungen hin praktisch lineare Zunahme der Magnetfeldstärke mit wachsendem Abstand vom Mittelpunkt ($z = 0, r = 0$). Da das Plasmavolumen sehr viel kleiner ist als der durch die Kompressionsspulen begrenzte Raum, wurde bei Magnetfeldmessungen im Bereich zwischen Plasma und Spulen (von $r = R$ bis $r = R_0$ für $z = 0$) eine Beeinflussung des dort vorhandenen Vakuum-Magnetfeldes durch das Plasma (wegen der Konstanz des magnetischen Flusses) erwartungsgemäß nicht gefunden. Es lag daher nahe, diesen für die Mittelebene $z = 0$ gefundenen Sachverhalt für das gesamte plasmafreie Gebiet anzunehmen und zu sehen, ob sich für die ermittelte Plasmaoberfläche aus den Vakuumwerten des Magnetfeldes die Bedingung $|B| = \text{const}$ prüfen läßt.

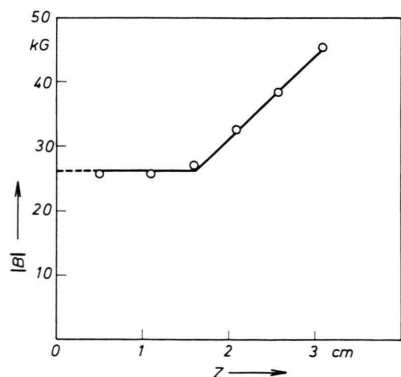


Abb. 9. Berechnete Magnetfeldstärke auf der Plasmaoberfläche.

Durch lineare Extrapolation der Plasmaprofile $R(z)$ in Abb. 8 zur Zeit $t = 1,7 \mu\text{sec}$ (d. h. im Maximum der Kompression) erhält man $R(z = 0) = 2,1 \text{ cm}$. Dort beträgt die Magnetfeldstärke 26 kGauß. Dieser Wert von B sollte überall auf $R(z)$ gefunden werden. Das ist bis $z = 1,6 \text{ cm}$ auch der Fall, für größere z nimmt B aber stark zu (Abb. 9). Danach ist $R(z)$ bis $z = 1,6 \text{ cm}$ eine Fläche konstanten Druckes (nach Abschn. 2.5 ist dort die Druckbilanz für ein $\beta = 1$ -Plasma erfüllt). Für größere Abstände z von der Mittelebene umschließt $R(z)$ ein Gebiet, wo Plasma durch die Punktcusps ausströmt. Dort ist das Plasma nicht magnetfeldfrei, der innere magnetische Druck ist vergleichbar oder sogar größer als der Plasmadruck ($\beta < 1$).

Abbildung 10 zeigt die Gebiete für das ausströmende $\beta < 1$ -Plasma und das eingeschlossene $\beta = 1$ -Plasma, welches näherungsweise durch die Asteroidfläche A1 (Tab. 1) begrenzt wird. Die von Hobbs und Spalding angenommene Asteroidfläche A2, die für die zweidimensionale Cusp-Konfiguration („Picket-Fence“ in Abb. 1 a) abgeleitet wurde¹⁷, entspricht nicht der Beobachtung.

2.1.4. Ausdehnung des Plasmas in z-Richtung

Bestimmt man die axiale Ausdehnung des Plasmas nach der in Abschn. 2.1.2 beschriebenen Methode, dann verfälscht die aus dem $\beta < 1$ -Bereich (Abb. 10) stammende Strahlung das Ergebnis. Nur solange die Elektronendichte im $\beta = 1$ -Bereich viel größer ist als im $\beta < 1$ -Bereich und die Ausdehnung des $\beta = 1$ -Bereiches größer ist als die des $\beta < 1$ -Be-

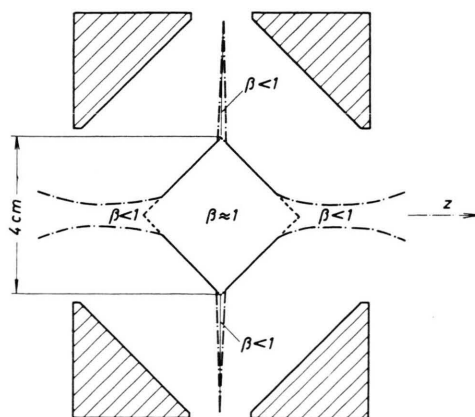


Abb. 10. Form des eingeschlossenen $\beta = 1$ -Plasmas und der Ausströmgebiete mit $\beta < 1$ -Plasma.

¹⁶ H. J. BELITZ u. E. KUGLER, Jül-281-PP [1965].

¹⁷ J. BERKOWITZ, TID-7520 [1956].

reichs, d. h. im Maximum der Kompression und kurz danach, nur solange dürften die gemessenen Ergebnisse in guter Näherung richtig sein.

Für die end-on gemessene Kontinuumsintensität wird angesetzt

$$I_{\text{end}} \sim \int n_e^2(z) dz \sim n_e^2(z=0) Z_{\text{eff}}, \quad (17)$$

wobei $n_e(z=0)$ die im $\beta=1$ -Bereich als konstant angenommene Elektronendichte, Z_{eff} eine effektive Plasmaausdehnung in z -Richtung ist. Zur Bestimmung von $n_e(z=0)$ wurde die Strahlung cross-on gemessen (entlang einer Linie durch den Mittelpunkt $z=0, r=0$, die gegenüber der z - und der r -Achse um 45° geneigt ist)

$$I_{\text{cross}} \sim n_e^2(z=0) d \quad (18)$$

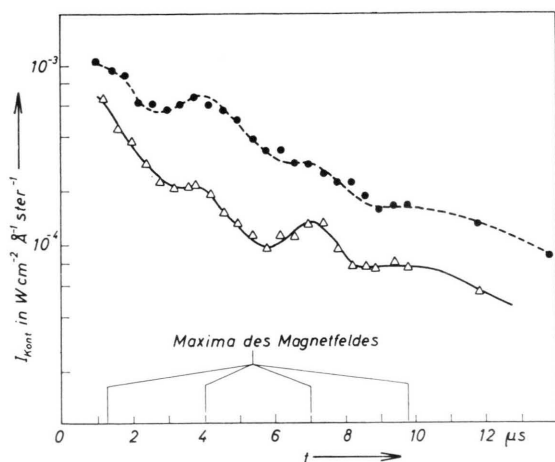


Abb. 11. Zeitlicher Verlauf der H-Kontinuumsstrahlung, gemessen end-on: ●, cross-on: △, $\lambda=4976 \text{ \AA}$, $p_0=0,05 \text{ Torr H}_2$.

(d =Plasmadurchmesser, wie in Abb. 12 angegeben). Die gemessenen Werte für I_{end} und I_{cross} sind in Abb. 11 dargestellt, die daraus berechneten Werte für

$$Z_{\text{eff}} = \int n_e^2(z) dz / n_e^2(z=0) \quad (19)$$

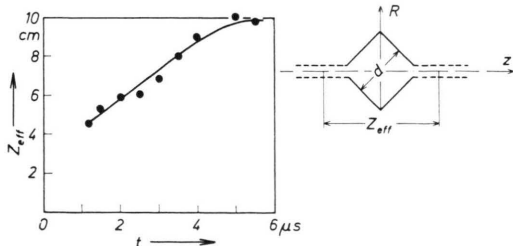


Abb. 12. Effektive Plasmalänge Z_{eff} als Funktion der Zeit [mit den Werten aus Abb. 11 berechnet nach Gl. (19)].

in Abb. 12. Der Wert von $Z_{\text{eff}}=4 \text{ cm}$ im Kompressionsmaximum entspricht dem Plasmadurchmesser in der Mittelebene von $2R(z=0) \approx 4 \text{ cm}$. Die Z_{eff} -Werte zu späteren Zeiten geben keine Information über das Plasma in dem interessierenden $\beta=1$ -Bereich.

2.2. Untersuchung der Cusp-Öffnungen

Paßt man durch geeignete Wahl von K in Gl. (8) die nach dem Hobbs-Spalding-Modell berechneten Kurven für den zeitlichen Verlauf der Temperaturen, der Dichte und des Plasmaradius den gemessenen Werten an (s. Abschn. 3), so erhält man eine Aussage über die Verlustfläche bzw. über die Summe der Cusp-Öffnungen. Hier sollen Versuche beschrieben werden, die Cusp-Öffnung direkt zu messen.

2.2.1. Der Radius des durch die Punktcusps ausfließenden Plasmas, bestimmt aus dem H-Kontinuum

Die Abb. 8 und 10 zeigen, daß für $z > 1,6 \text{ cm}$ die Plasmaoberfläche $R(z)$ ein Gebiet umschließt, durch das das Plasma in axialer Richtung ausströmt. Der Radius der Cusp-Öffnung ist dort gleich $R(z)$; z. B. ist $R(z=1,6 \text{ cm}) = 0,3 \text{ cm}$ im Kompressionsmaximum und gleich $0,6 \text{ cm}$ vier Mikrosekunden später. In beiden Fällen ist $R(z=1,6 \text{ cm})$ etwa achtmal so groß wie der Ionen-Larmor-Radius an dieser Stelle. Allerdings wurde $R(z)$ aus der H -Kontinuumsstrahlung berechnet unter der Annahme $n_e = \text{const}$, die für $z > 1,6 \text{ cm}$, also für das Ausströmgebiet, nicht mehr gültig ist.

2.2.2. Spektroskopische Bestimmung der Öffnung der Punktcusps mittels Quarzstäbchen

Bringt man in der Nähe einer Punktcusp ein etwa 1 mm starkes Quarzstäbchen senkrecht zur z -Achse an (Abb. 13), so schlägt das ausfließende Plasma aus ihm Si-Atome heraus, die entweder ionisiert sind oder vom nachfolgenden Plasma ionisiert werden und dort eine leuchtende Si-Plasmawolke bilden. Die Länge dieser Si-Wolke entspricht in etwa dem Durchmesser der Cusp-Öffnung an dieser Stelle.

Die radiale Ausdehnung dieser Wolke wurde mit Hilfe der Si III-2541,8 Å- und der Si IV-3165 Å-Linie (Anregungsenergie 10 eV bzw. 27 eV) ausgemessen; – beim ersten Minimum und dem folgenden Maximum des Magnetfeldes im Crowbar-Betrieb (Abb. 14). Die Halbwertsbreiten ($1,2 \text{ cm}$

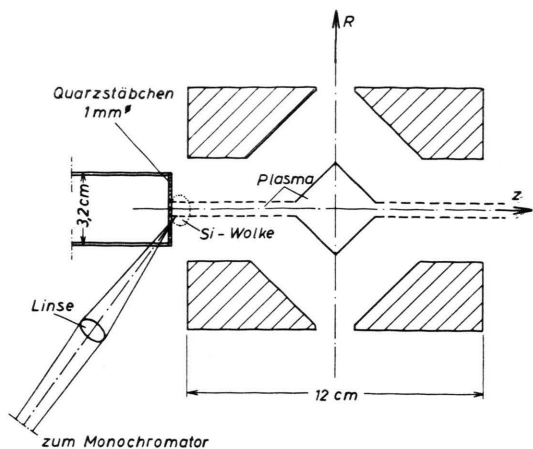


Abb. 13. Anordnung zur Bestimmung des Durchmessers der Punkteusp-Öffnung mit einem Quarzstäbchen.

und 1 cm) sind etwa umgekehrt proportional den entsprechenden Magnetfeldstärken; dies müßte der Fall sein, wenn der Larmor-Radius die Lochgröße bestimmt. Der Radius der Cusp-Öffnung ist hierbei fast doppelt so groß wie bei der Bestimmung nach 2.2.1. Allerdings ist nicht auszuschließen, daß durch Stöße zwischen dem ausströmenden H-Plasma und den Si-Atomen oder Ionen diese Wolke zusätzlich verbreitert wird. Außerdem war das Quarzstäbchen

außerhalb der Spulen montiert, wo sich wegen des divergierenden Magnetfeldes die Cusp-Öffnung ohnehin verbreitert.

2.2.3. Abschätzung der Breite der Ringcusp-Öffnung aus Korrosionsspuren am Quarzrohr

Das entlang der Mittelebene durch die Ringcusp ausfließende Plasma trifft bei $r=5$ cm auf das Quarzrohr und korrodiert es. Die Breite dieses Korrosionsstreifens betrug nach mehreren tausend Entladungen etwa 1 mm. Berücksichtigt man, daß diese Experimente häufig auch mit geringeren Magnetfeldstärken durchgeführt und das Quarzrohr mehrmals aus- und eingebaut und neu justiert wurde, so erscheint diese Breite als zu groß. – Der Ionen-Larmor-Radius an dieser Stelle betrug etwa 0,25 mm.

2.3. Elektronentemperatur

Bei geringem Fülldruck ($p_0=0,05-0,1$ Torr) wurde im Maximum der Kompression etwa $1 \mu\text{sec}$ lang so intensive weiche Röntgen-Strahlung vom Plasma emittiert, daß die Bestimmung der Elektronentemperatur nach der Folienmethode¹⁸ mittels Al- und Be-Folien möglich war. Die Ergebnisse zeigt Abb. 15, wo zum Vergleich auch die Ionentemperaturen eingetragen sind. Die Elektronentemperatur

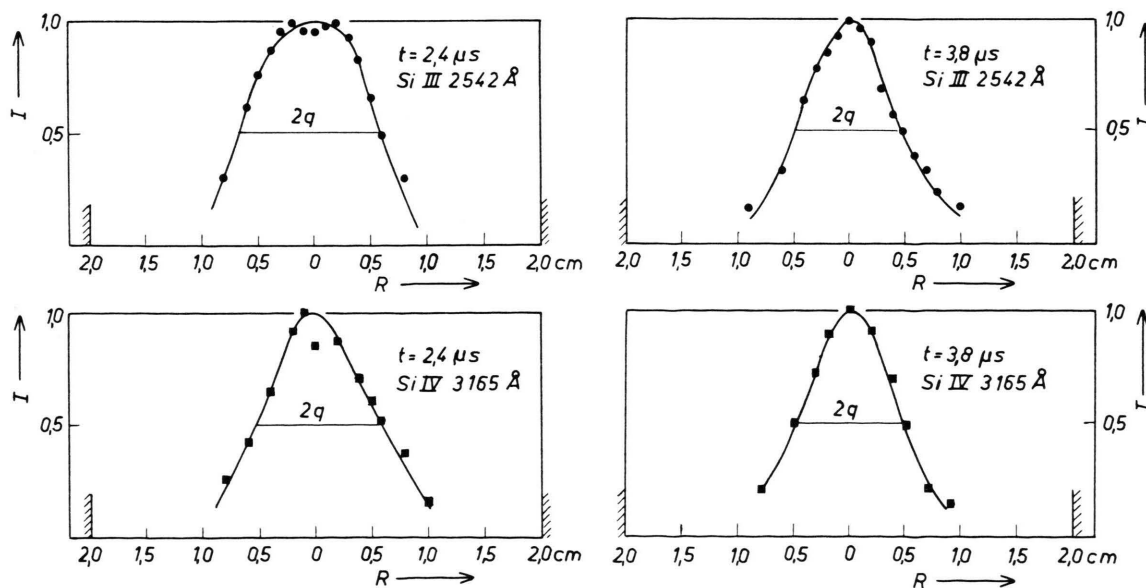


Abb. 14. Strahlungsprofile der Si III- und der Si IV-Linie 0,1 cm vor der Oberfläche eines gemäß Abb. 13 montierten Quarzstäbchens. (a) $B=39$ kGauß, (b) $B=50$ kGauß.

¹⁸ F. C. JAHODA, E. M. LITTLE, W. E. QUINN, G. A. SAWYER u. T. F. STRATTON, Phys. Rev. **119**, 843 [1960].

steigt innerhalb von $0,5 \mu\text{sec}$ von 100 eV auf 150 eV , wobei ihr Maximum zeitlich nach dem Kompressionsmaximum liegt, ein Effekt, der auch bei Theta-Pinch-Experimenten beobachtet wurde¹⁹. Das rasche Verschwinden der Röntgen-Strahlung erklärt sich aus der schnellen Abnahme der Elektronendichte nach dem Kompressionsmaximum (Abb. 17 c).

Bei größerem Fülldruck ($p_0 > 0,1 \text{ Torr}$) war die Röntgen-Intensität für diese Messungen zu gering. Die an anderer Stelle²⁰ beschriebenen Versuche, die Elektronentemperatur mittels der „time-history“-Methode²¹ aus dem zeitlichen Auftreten der Spektrallinien O V, O VI, C IV und C V abzuschätzen, ergab zu hohe Werte.

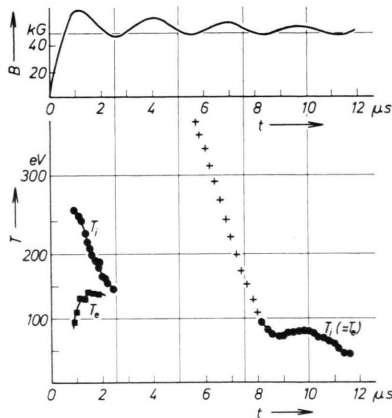


Abb. 15. Elektronen- und Ionentemperatur als Funktion der Zeit (+ = aus nicht gaußförmigen Linienprofilen berechnete T_i -Werte); $p_0 = 0,05 \text{ Torr H}_2$.

2.4. Ionentemperatur

2.4.1. Zur Zeit des Kompressionsmaximums

Die Ionentemperatur wurde aus der Doppler-Verbreiterung der C V 2271 Å-Linie bestimmt²². Die sehr gute Reproduzierbarkeit der Entladungen erlaubte eine Aufnahme des Linienprofils durch „shot-by-shot“-Messungen, wobei der Genauigkeit wegen in der 2. Ordnung gemessen wurde. Die Beobachtungen end-on, side-on und cross-on ergaben gleiche Temperaturen. Abbildung 15 zeigt die Ergebnisse (Fülldruck $p_0 = 0,05 \text{ Torr H}_2$). Man sieht, daß zu Beginn der schnellen magnetischen Kompression die Plasmaenergie vorwiegend in den Ionen steckt, T_i ist 2–3-mal größer als T_e .

2.4.2. Zwischen $8 \mu\text{sec}$ und $12 \mu\text{sec}$

Bei kleineren Fülldrücken ($p_0 \leq 0,075 \text{ Torr}$) konnte die C V-Linie, die bald nach dem Kompressionsmaximum vollständig verschwunden war, zwischen $5,5$ und $12 \mu\text{sec}$ erneut beobachtet werden. Entsprechend war auch das Verhalten der C IV-Linie. Vermutlich handelt es sich hierbei um Rekombinationsstrahlung des sich abkühlenden Plasmas.

Die zwischen $5,5$ und $8 \mu\text{sec}$ erhaltenen Linienprofile lassen sich aber nur schlecht durch eine Gauß-Kurve approximieren; es scheint vielmehr, daß sie aus zwei Gauß-Profilen zusammengesetzt sind, wobei der Abstand zwischen den beiden Maxima etwa $0,3 \text{ Å}$ beträgt. Die daraus berechneten Temperaturen ergeben deshalb unwahrscheinlich hohe Werte (Abb. 15). Vermutlich spielt hier Zeeman-Aufspaltung eine Rolle; die dazu erforderlichen Magnetfeldstärken von 25 kGauß und mehr sind von der Plasmaoberfläche bis zu den Kompressionspulen hin vorhanden.

Hierfür spricht die über dem Plasmaquerschnitt senkrecht zur z -Achse gemessene Verteilung der Emission dieser Linie (Abb. 16). Zur Zeit des Kompressionsmaximums (Abb. 16 a) stimmt die Intensitätsverteilung der C V-Linie etwa mit derjenigen der H-Kontinuumsstrahlung überein (punktierte Linie); d. h. die Verteilung der die C V-Linie emittierenden C^{4+} -Ionen im Plasma ist annähernd homogen, und die aus dem Doppler-Profil berechnete Ionentemperatur stellt eine mittlere Ionentemperatur dar. Das ist für $5,5 \mu\text{sec} < t < 8 \mu\text{sec}$, wenn die C V-Linie erneut auftritt und auf viel zu hohe Temperaturen schließen läßt, nicht der Fall; vielmehr stammt hier ein großer Teil dieser Strahlung aus wandnahen Regionen (Abb. 16 b). Für $t > 8 \mu\text{sec}$ wird C V-Strahlung aus wandnahen Regionen nicht mehr beobachtet, sie stammt aus achsennahem Plasma (Abb. 16 c). Das Linienprofil ist (trotz der geringen Temperaturen von $100 - 50 \text{ eV}$) gut durch eine Gauß-Kurve approximierbar, und der zeitliche Verlauf der Temperatur entspricht dort sogar noch dem der Magnetfeldstärke (Abb. 15).

2.5. Elektronendichte

Die Elektronendichte n_e wurde aus der Absolutintensität der H-Kontinuumsstrahlung bei $\lambda = 4976 \text{ Å}$

¹⁹ P. BOGEN, Y. T. LIE, D. RUSBÜLDT u. J. SCHLÜTER, Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Novosibirsk 1968, CN-24/K-10.

²⁰ H. J. BELITZ u. E. KUGLER, Jül-457-PP [1967].

²¹ L. M. GOLDMAN u. R. W. KILB, J. Nucl. Energy, Part C (Plasma Phys.) **6**, 217 [1964].

²² P. BOGEN u. J. SCHLÜTER, Nucl. Fusion **5**, 251 [1965].

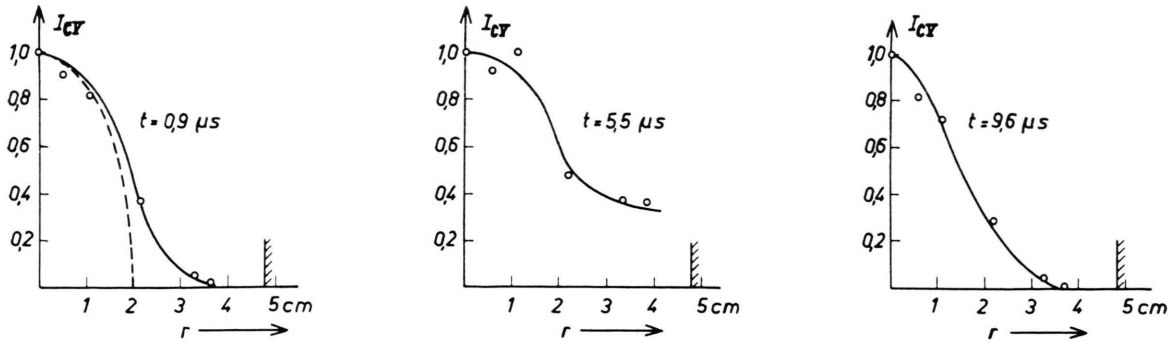


Abb. 16. Die in der Ebene $z=0,5$ cm von $r=0$ bis $r=R(z=0,5$ cm) gemessene Intensität der C V 2271 Å-Linie. Für $t=0,9$ μ sec gibt die gestrichelte Linie die Intensität der 4976 Å H-Kontinuumsstrahlung. Für $t=5,5$ μ sec stammt ein großer Teil der C V-Strahlung aus wandnahen Gebieten $r > 3$ cm. $p_0=0,05$ Torr H_2 .

bestimmt²³. Soweit die hierzu erforderlichen Größen (T_e, R) direkt meßbar waren, konnte n_e unmittelbar berechnet werden. Für die Zeiten, in denen eine dieser Größen nicht bekannt war, wurde eine Art „self-consistent“-Methode verwendet (s. Abschn. 3).

Die zur Zeit des Kompressionsmaximums beobachteten Elektronendichten liegen zwischen 3×10^{16} cm^{-3} und $1,5 \times 10^{17}$ cm^{-3} . Im Laufe der folgenden 10 μ sec sinkt dann n_e auf 25 – 30%. Für $p_0=0,05$ Torr H_2 z. B. fällt n_e von $3,8 \times 10^{16}$ cm^{-3} auf $1,5 \times 10^{16}$ cm^{-3} (Abb. 17 c).

Im Maximum der Kompression können alle interessierenden Plasmaparameter (T_e, T_i, R, n bzw. n_e) direkt gemessen werden. Sie erfüllen sehr gut die Druckbilanz

$$nk(T_e + T_i) = (1/8 \pi) B_0^2 (R/R_0)^2$$

und zeigen, daß das Plasma zumindest nahezu magnetfeldfrei ist ($\beta \cong 1$).

3. Vergleich zwischen Theorie und Experiment

Die in Abschn. 2 beschriebenen Untersuchungen ergaben:

- a) Information über das Volumen mit $\beta=1$ -Plasma,
- b) Anfangswerte für die Gleichungen, die das Hobbs-Spalding-Modell beschreiben und
- c) weitere Daten, die für einen Vergleich zwischen Theorie und Experiment verwendet werden können.

Das Gebiet mit $\beta=1$ -Plasma wird näherungsweise durch die Asteroide A1 (Tab. 1) begrenzt, d. h. durch $r + |z| = R$. Anfangswerte für das Gleichungssystem sind die im Kompressionsmaximum

ermittelten Daten; bei 24 kV Ladespannung und einem Fülldruck von $p_0=0,05$ Torr H_2 waren dies: $T_e=120$ eV, $T_i=255$ eV, $n=3,76 \times 10^{16}$ cm^{-3} , $R=1,86$ cm. Innerhalb der Meßgenauigkeit wurden die experimentell ermittelten Werte ggf. so korrigiert, daß sie die Druckbilanz erfüllen.

Nachdem die Form des Plasmas, die Anfangswerte der Plasmaparameter zur Zeit des Kompressionsmaximums und der zeitliche Verlauf der Magnetfeldstärke gegeben sind, kann in den in Abschn. 1 angeschriebenen Gleichungen nur noch über K verfügt werden. Daher erhebt sich die Frage, ob es durch geeignete Wahl der Konstanten K gelingt, aus diesen Gleichungen die Gesamtheit aller Meßwerte in befriedigender Weise zu berechnen.

Die Integration dieser Gleichungen auf der IBM 360/75 ergibt für ein gewähltes K Werte von n, T_e, T_i und R zu verschiedenen Zeiten zwischen 1 und 12 μ sec. Man kann nun entweder aus n, T_e und R die Intensität der H-Kontinuumsstrahlung S oder aus T_e, R und der gemessenen Strahlungsintensität die „experimentelle“ Elektronendichte n_{exp} berechnen. Im allgemeinen unterscheiden sich bei den Temperaturen und bei der Strahlungsintensität berechnete und beobachtete Werte stark voneinander. Diese Rechnungen wurden deshalb mit verschiedenen K -Werten solange wiederholt, bis eine beste Anpassung der theoretischen an die experimentellen Daten erreicht schien.

Die besten mit $K=1,2$ erhaltenen Resultate sind in Abb. 17 dargestellt. Abbildung 17 a zeigt die Magnetfeldstärke B sowie die berechneten und experimentellen Werte für T_e und T_i . Berechnete Werte von R und S sind zusammen mit den experimentel-

²³ P. BOGEN u. J. SCHLÜTER, C. R. VIe Conf. Intern. sur les Phénom. dans les Gas, Paris 1963, 561 – 565.

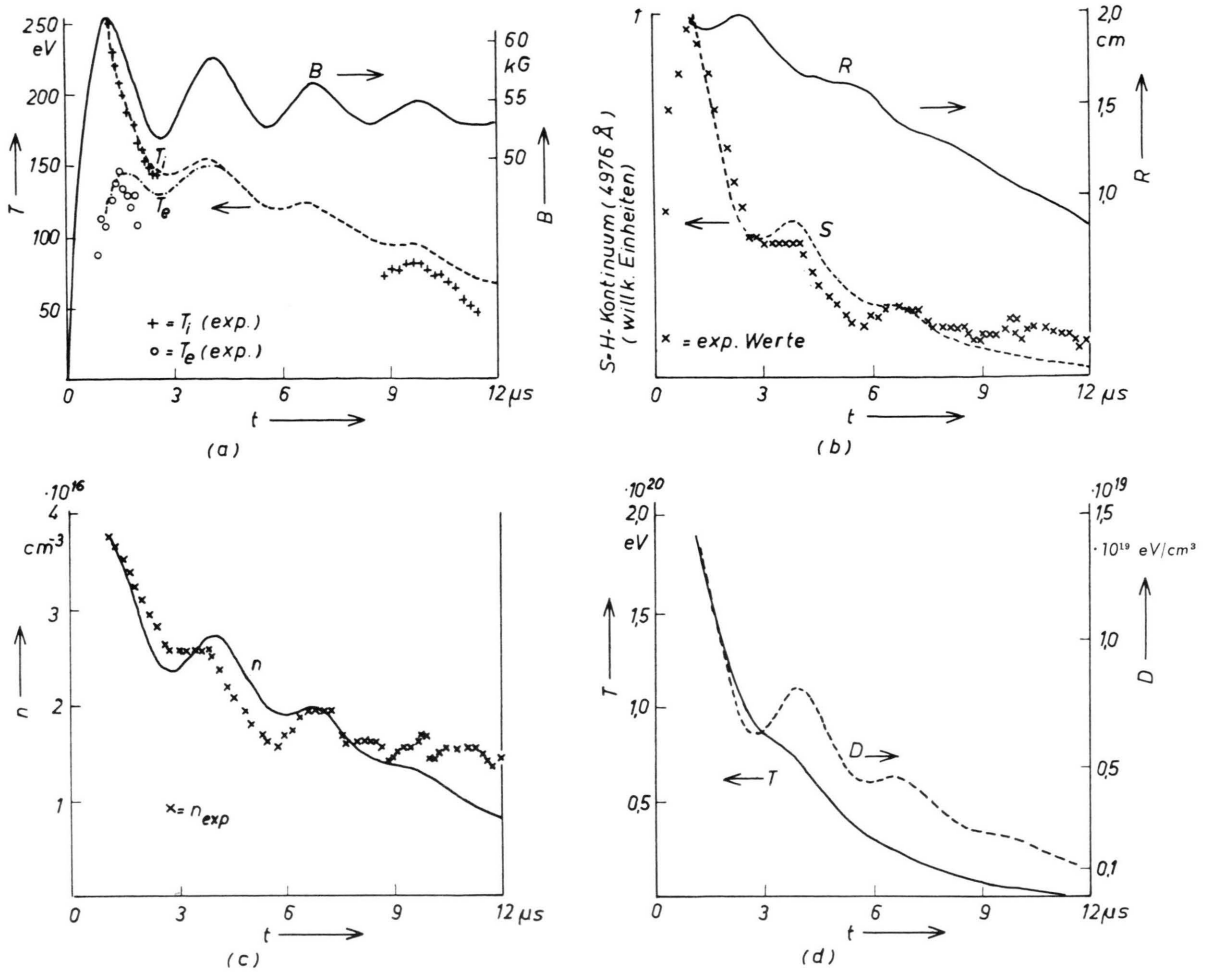


Abb. 17. Vergleich zwischen den experimentellen und den mit $K=1, 2$ berechneten Werten (Abb. a–c) und die Abnahme der Energiedichte D und der Gesamtenergie T des Plasmas (Abb. d).

len Daten für die H-Kontinuumsstrahlung in Abb. 17 b aufgetragen. Bei größerem K fallen $R(t)$ und $S(t)$ schneller mit der Zeit ab. Mit $K=2$ z. B. wird

$$R(9 \mu\text{sec}) = 0,52 \text{ cm (statt 1,1 cm),}$$

$$S(9 \mu\text{sec}) = 0,005 \text{ (statt 0,08).}$$

Kleinere K führen in Abb. 17 a zu größeren Differenzen zwischen berechneten und gemessenen Temperaturen in der Zeit von 9–12 μsec . Nur für die Zeit vom Kompressionsmaximum bis zum ersten Minimum des Magnetfeldes erhält man gute Übereinstimmung für alle Kurven mit K zwischen 1 und 2. Messungen zu diesem Zeitpunkt allein sind deshalb von geringem Wert. Aus den experimentellen Daten der H-Kontinuumsstrahlung (Abb. 17 b) und den theoretischen Werten von T_e (Abb. 17 a) und

von R (Abb. 17 b) ergibt sich die „experimentelle“ Elektronendichte n_{exp} in Abb. 17 c. Die Abnahme der totalen Plasmaenergie $T = N k(T_e + T_i)$ und der Energiedichte $D = n k(T_e + T_i)$ im Plasma zeigt Abb. 17 d.

Die hier gefundenen Ergebnisse ($r + |z| = R$ für die das $\beta=1$ -Plasma begrenzende Fläche und $K=1,2$) unterscheiden sich von den Resultaten von HOBBS und SPALDING⁸, die bei der angenommenen $r^{2/3} + z^{2/3} = R^{2/3}$ -Plasmaoberfläche für K den Wert 2,0 fanden. Mit Hilfe des in Abschn. 1 eingeführten „modifizierten Lochparameters“ $\bar{K} = K/F_v$ läßt sich dieser Unterschied quantitativ angeben: Mit $K=2$ und $F_v = 0,3047$ (Asteroid A2 in Tab. 1) ist bei Hobbs und Spalding $\bar{K} = 6,5$; in unserem Falle beträgt $\bar{K} = 1,2/0,6666 = 1,8$, also weniger als ein Drittel jenes Wertes.

Eine Folgerung aus diesem Modell ist aus Abb. 18 ersichtlich, wo der zeitliche Verlauf der Plasmaparameter unter Annahme eines „idealen“ Crowbars (d. h. mit $B = \text{const}$) berechnet wurde. Im Falle mit Spiegelreflektion (Abb. 18 a) nehmen n , T und R linear mit der Zeit ab. (Der lineare Abfall für die Temperaturen beginnt zu dem Zeitpunkt, an dem $T_e = T_i = T$ ist.) Das läßt sich aus der im Anhang gegebenen expliziten Darstellung des Gleichungssystems ableiten. Da im idealen Crowbar-Betrieb $f = 1$ und $g = df/dt = 0$ ist, ergibt sich mit $T = T_e = T_i$ für F aus Gl. (A2) (s. Anhang)

$$F = - \frac{P(1) T}{P(2) \cdot (P(1) R^2 + 5 n T)}. \quad (20)$$

Aus den Gl. (5) und (9) in Abschn. 1 folgt

$$n \cdot T \sim R^2, \quad (21)$$

also
$$F \sim -1/n \quad (22)$$

und
$$dn/dt = - \text{const}. \quad (23)$$

Mit Gl. (22) und Gl. (A1) erhält man

$$dR/dt \sim -R/n \quad (24)$$

oder, wegen Gl. (23),

$$dR/dt = - \text{const} \cdot R / (1 - \alpha \cdot t), \quad (25)$$

eine Gleichung, die die lineare Abnahme von R mit der Zeit erkennen läßt. Eine ähnliche Beziehung ergibt sich für die Temperatur T .

Wird Spiegelreflektion nicht berücksichtigt (Abb. 18 b), dann ergibt sich

$$\frac{dn}{dt} \sim - \frac{1}{R}, \quad \frac{dR}{dt} \sim - \frac{1}{n^2}, \quad \frac{dT}{dt} \sim - \frac{R}{n^2}. \quad (26)$$

Die Werte von n , R und T fallen in einem Maße mit der Zeit ab, daß der Begriff einer Einschließungszeit nicht mehr sinnvoll ist. Insbesondere kann die Formel für die Einschließungszeit³

$$\tau \sim B \cdot R^2 / T \quad (27)$$

nicht angewendet werden.

Anhang

Explizite Darstellung der Gleichungen des Hobbs-Spalding-Modells

Zur numerischen Integration der Gl. (1) bis (12) nach der Runge-Kutta-Methode ist es erforderlich, dieses Gleichungssystem in expliziter Form anzuschreiben. Bei Berücksichtigung der Teilchenreflektion an den magnetischen Spiegeln in den Cusps, d. h. mit $\tau_{ci}^{(n)}$ aus Gl. (12), erhält man

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= F \cdot n, \\ \frac{dR}{dt} &= - \frac{R}{3} \left\{ F + \frac{T_i}{P(2) f R^2} \right\}, \\ \frac{dT_i}{dt} &= T_i \left\{ \frac{2}{3} F + \frac{n(T_e - T_i) \ln A}{P(3) T_i T_e^{3/2}} \right\}, \\ \frac{dT_e}{dt} &= T_e \left\{ \frac{2}{3} F - \frac{n(T_e - T_i) \ln A}{P(3) T_e^{3/2}} \right\}. \end{aligned} \quad (A 1)$$

Dabei ist

$$F = \frac{2 P(1) f [3 P(2) g R^2 - T_i]}{P(2) [2 P(1) R^2 f^2 + 5 n (T_e + T_i)]}; \quad (A 2)$$

$$\begin{aligned} P(1) &= \frac{B(R_0)_{\text{max}}^2}{8 \pi k R_0^2}, \\ P(2) &= \frac{2}{3} F_v \cdot \frac{e \cdot B(R_0)_{\text{max}}}{c k K}, \end{aligned} \quad (A 3)$$

$$P(3) = \frac{3 m_i k^{3/2}}{8 \sqrt{2} \pi m_e e^4}.$$

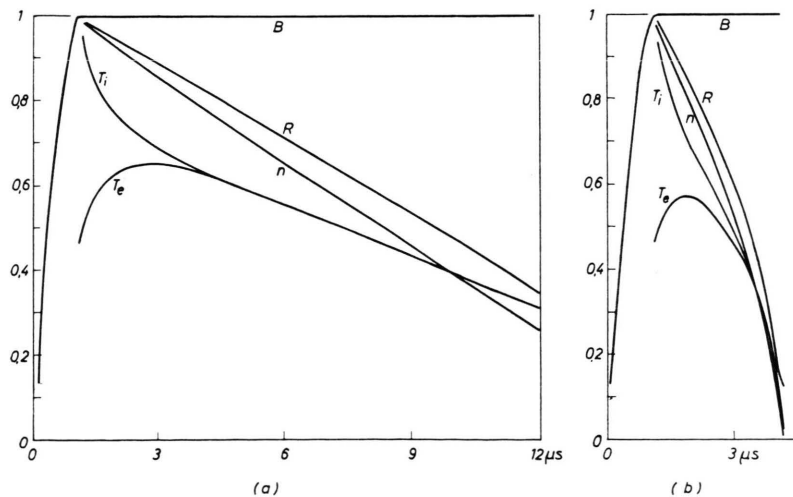


Abb. 18. Berechnete Kurven für R , T_e , T_i und n im „idealen“ Crowbar-Betrieb ($B = \text{const}$). (a) Bei Annahme von Spiegel-Reflektion in den Cusps. (b) Bei Vernachlässigung der Spiegel-Reflektion.

f beschreibt die Zeitabhängigkeit des äußeren Magnetfeldes. Vom Beginn der Kondensatorentladung ($t=0$) bis zum Triggern der Crowbarschalter ($t=t_0$) ist

$$f = \sin \omega \cdot t. \quad (\text{A } 4)$$

Beim Crowbar-Betrieb läßt sich die Zeitabhängigkeit des Magnetfeldes darstellen durch²⁴

$$f = a_1 e^{-d_1 s} + a_2 e^{-d_2 s} \cdot \cos \omega_2 s + a_3 e^{-d_2 s} \cdot \sin \omega_2 s. \quad (\text{A } 5)$$

(ω = Entladungsfrequenz der Kondensatorbatterie; $s = t - t_0$; die Konstanten a_1, a_2, a_3, d_1, d_2 und ω_2 erhält man aus dem Oszillogramm für den zeitlichen Magnetfeldverlauf mit der Normierung $|f_{\max}| = 1$).

²⁴ H. J. BELITZ u. E. KUGLER, Jül-273-PP [1965].

²⁵ M. ABRAMOWITZ u. I. A. STEGUN, Handbook of Mathematical Functions, Dover Publ., New York 1964, p. 896.

Ferner ist

$$g = df/dt. \quad (\text{A } 6)$$

Das Gleichungssystem (A 1) gilt für den Fall ohne Spiegelreflektion, d. h. mit τ_{ci} nach Gl. (11), wenn man $P(2)$ überall ersetzt durch $P(2) \cdot R/R_0$.

Das System (A 1) wurde nach der Runge-Kutta-Methode („fourth order formula“)²⁵ integriert mit der Bedingung

$$\left| \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dt} \right| \cdot h < 10^{-3}$$

für die Schrittweite h . Der Coulomb-Logarithmus $\ln A$ wurde nach¹⁰ berechnet; eine gute Näherung war $\ln A = 10$.

Messung der Oszillatorenstärken von Si I-, Si II- und Si III-Linien im Wellenlängenbereich 1100–2600 Å und Vergleich des Vakuum-UV-Strahlungsnormal mit dem Kohlebogen

W. HOFMANN

Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, Institut für extraterrestrische Physik,
Garching bei München

(Z. Naturforsch. **24 a**, 990–997 [1969]; eingegangen am 18. März 1969)

The oscillator strengths of 72 Si I-, Si II- and Si III-lines and multiplets in the wavelength region 1100–2600 Å were measured in emission. The light source was a wall-stabilized arc burning in argon at atmospheric pressure into which small amounts of silicon tetrafluoride and fluorine were introduced. All oscillator strengths were measured relatively and then put on an absolute scale by using the value $A_{nm} = 1.64 \cdot 10^8 \text{ sec}^{-1}$ for the transition probability of the Si I-multiplet 2506 Å to 2528 Å.

The vacuum-UV intensity calibration method using the central intensities of optically thick lines in the cascade arc was extended up to the wavelength 2516 Å. In this wavelength region it could be directly compared with the radiation of the anode crater of the carbon arc. Full agreement between these two intensity standards was found.

A. Messung der Oszillatorenstärken von Siliciumlinien

I. Übersicht

Bei der vorliegenden Arbeit handelt es sich um Emissionsmessungen, bei denen die Absorptionsoszillatorenstärken f_{mn} aus den Äquivalentbreiten der Emissionslinien bestimmt wurden. Als Lichtquelle diente ein in Argon von Atmosphärendruck mit kleinen SiF_4 -Zusätzen brennender wandstabilisierter Lichtbogen; im Plasma eines solchen Bogens herrscht lokales thermisches Gleichgewicht. Da der verwendete Lichtbogen mit dem in¹ beschriebenen identisch ist, kann auf eine nähere Beschreibung seiner Funktionsweise verzichtet werden. Wie dort war auch hier

der Lichtbogen über ein differentielles Pumpsystem mit einem 1 m-Seya-Namioka-Spektrographen verbunden. Das Licht wurde photoelektrisch registriert.

Das Meßprinzip war in diesem Fall jedoch einfacher, da aus unten näher ausgeführten Gründen nur die relativen f_{mn} -Werte der Siliciumlinien gemessen werden konnten. Diese wurden dann durch Anschluß an den aus der Literatur verhältnismäßig gut bekannten Wert für das Multiplett 2506 Å bis 2528 Å in Absolutwerte übergeführt.

Das Verhältnis der Oszillatorenstärken zweier Linien $f_{mn}^{(1)}/f_{mn}^{(2)}$ ergibt sich aus der für optisch dünne Linien gültigen Beziehung:

$$\frac{W_{\lambda}^{(1)}}{W_{\lambda}^{(2)}} = \frac{\int I_{\lambda}^{(1)} d\lambda}{B_{\lambda}^{(1)}(T)} \frac{B_{\lambda}^{(2)}(T)}{\int I_{\lambda}^{(2)} d\lambda} = \left(\frac{\lambda^{(1)}}{\lambda^{(2)}} \right)^2 \frac{n_n^{(1)}(T)}{n_n^{(2)}(T)} \cdot \frac{f_{mn}^{(1)}}{f_{mn}^{(2)}} \quad (1)$$

¹ W. HOFMANN, Z. Naturforsch. **22 a**, 2097 [1967].